বেপজা পাবলিক স্কুল ও কলেজ চট্টগ্রাম

সেশন: ২০১৯-২০২০

তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি

তৃতীয় অধ্যায়: সংখ্যা পদ্ধতি

৩.২ সংখ্যার রূপান্তর (Conversion of Number)

কম্পিউটারসহ অন্যান্য সকল ডিজিটাল যন্ত্র বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতিতে কাজ করে থাকে। কিন্তু বিভিন্ন প্রয়োজনে ডিজিটাল যন্ত্রের কৃত কাজের ফলাফল দশমিক বা অন্য যে কোন সংখ্যা পদ্ধতিতে নিতে হয়। এরূপ এক সংখ্যা পদ্ধতির সংখ্যার সমতুল্য মান অন্য সংখ্যা পদ্ধতিতে নির্ণয় করাই সংখ্যার রূপান্তর। যেমন- **12** দশমিক সংখ্যার সমকক্ষ বাইনারি সংখ্যার মান হচ্ছে **1100**। বিভিন্ন সংখ্যা পদ্ধতির রূপান্তর সম্পর্কে **Expansion** পদ্ধতি অনুসরণ করে অংক দেখানো হলো।

১. নিম্নে ডেসিমেল থেকে বাইনারি, অকটাল ও হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তরের পদ্ধতি দেয়া হলো:

<table>
<tr><th colspan="2">রূপান্তর (Conversion)এর প্রকার</th><th>পূর্ণ সংখ্যা (Integer) এর ক্ষেত্রে নিয়ম</th><th>ভগ্নাংশ (Fraction) এর ক্ষেত্রে নিয়ম</th></tr>
<tr><td rowspan="3">ডেসিমেল থেকে</td><td>বাইনারি</td><td rowspan="3">ডেসিমেল বা দশমিক পূর্ণ সংখ্যাকে বাইনারি, অকটাল ও হেক্সাডেসিমেলে প্রকাশ করার জন্য সংখ্যাটিকে যে পদ্ধতিতে নেয়া হবে সেই পদ্ধতির বেস নম্বর দ্বারা ভাগফল শূন্য না হওয়া পর্যন্ত ভাগ করতে হবে। এবং</td><td rowspan="3">ডেসিমেল বা দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যাকে বাইনারি, অকটাল ও হেক্সাডেসিমেলে প্রকাশ করার জন্য সংখ্যাটিকে দশমিক থেকে যে পদ্ধতিতে নেয়া হবে সেই পদ্ধতির বেস নম্বর দ্বারা গুণ করতে হবে। গুণফল থেকে পূর্ণ সংখ্যার অংশটিকে আলাদা কলামে লিখতে হবে এবং</td></tr>
<tr><td>অকটাল</td></tr>
<tr><td>হেক্সাডেসিমেল</td></tr>
</table>

		ভাগফল ও ভাগশেষ পাশাপাশি লিখতে হবে। ভাগশেষের নীচ থেকে উপরের দিকের সংখ্যাগুলোকে পাশাপাশি বসাতে হবে।	ভগ্নাংশটিকে আবার বেস নম্বর দ্বারা গুণ করতে হবে। গুণফল পূর্ণ সংখ্যা না হওয়া পর্যন্ত গুণ করা উচিত। পূর্ণসংখ্যার কলমের মান উপর থেকে নীচের দিকে পয়েন্ট দিয়ে ক্রমান্বয়ে লিখতে হয়। তাই সংশ্লিষ্ট রূপান্তরিত মান।

(i) দশমিক সংখ্যাকে বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তর (Decimal Number Convert to Binary Number)

দশমিক সংখ্যাকে বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তরের কয়েকটি পদ্ধতি রয়েছে। নিম্নে তা আলোচনা করা হল:

পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে(**For integer number**) **:** দশমিক পূর্ণ সংখ্যাকে বাইনারিতে রূপান্তর করতে হলে দশমিক সংখ্যাকে বাইনারি সংখ্যার বেস অর্থাৎ 2 দিয়ে ভাগফল শূন্য না হওয়া পর্যন্ত ভাগ করতে হয়। তারপর ভাগশেষগুলোকে ক্রমান্বয়ে নিচের দিক থেকে (সর্বোচ্চ গুরুত্বপূর্ণ মান- **MSB**) শুরু করে উপরের দিকে (সর্বনিম্ন গুরুত্বপূর্ণ মান- **LSB**) পাশাপাশি সাজিয়ে লিখলেই সমমানের বাইনারি সংখ্যা পাওয়া যায়।

উদাহরণ-১:$(25)_{10}$ কে বাইনারিতে রূপান্তর কর।

সংখ্যা ও অপারেশন	ভাগফল	ভাগশেষ	
25/2	**12**	**1**	↑ **(LSB) Least Significant Bit**
12/2	**6**	**0**	
6/2	**3**	**0**	
3/2	**1**	**1**	
1/2	**0**	**1**	**(MSB) Most Significant Bit**

$\therefore (25)_{10} = (11001)_2$

বিকল্প পদ্ধতি:

$(25)_{10}$ **কে বাইনারিতে রূপান্তর**

2	25		
2	12	1	↑ (LSB) Least Significant Bit
2	6	0	
2	3	0	
2	1	1	(MSB) Most Significant Bit
	0	1	

$(25)_{10}$ **দশমিক সংখ্যার বাইনারি মান** $= (11001)_2$

ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে(For Fraction Number): দশমিকের কোন ভগ্নাংশ সংখ্যাকে বাইনারিতে রূপান্তর করতে হলে সংখ্যাটিকে 2 দিয়ে গুণ করতে হবে। প্রাপ্ত ফলাফলের ভগ্নাংশকে বার বার গুণ করতে হবে যতক্ষণ গুণফল পূর্ণ সংখ্যা না হয়। তবে সব সময়ে গুণফল পূর্ণ সংখ্যা পাওয়া যাবে না। গুণফলের পূর্ণ সংখ্যাগুলোকে প্রথমে পয়েন্ট দিয়ে উপর থেকে নিচে পাশাপাশি সাজানো হলে সমমানের বাইনারি সংখ্যা পাওয়া যাবে। এক্ষেত্রে প্রথম পূর্ণ সংখ্যাকে গুরুত্বের সংখ্যা ধরা হয়।

উদাহরণ-২: $(.41)_{10}$ সংখ্যাটিকে বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তর কর।

সংখ্যা ও অপারেশন	গুণফল	পূর্ণসংখ্যা	
.41×2	**0.82**	**0**	**(MSB) Most Significant Bit** ↓
.82×2	**1.64**	**1**	
.64×2	**1.28**	**1**	
.28×2	**0.56**	**0**	

$.56\times2$	1.12	1	(LSB) Least Significant Bit

ফলাফলঃ $(.41)_{10} = (.01101...)_2$

উদাহরণ-৩:$(46.25)_{10}$ সংখ্যাটিকে বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তর কর।

সমাধান :১ম অংশঃ পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে,

সংখ্যা ও অপারেশন	ভাগফল	পূর্ণসংখ্যা	
46/2	23	0	(LSB) Least Significant Bit
23/2	11	1	↑
11/2	5	1	
5/2	2	1	
2/2	1	0	
1/2	0	1	(MSB) Most Significant Bit

$(46)_{10} = (101110)_2$

২য় অংশঃ ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে,

সংখ্যা ও অপারেশন	গুণফল	পূর্ণসংখ্যা
$.25\times2$	0.5	0 ↓
$.5\times2$	1.0	1

$(.25)_{10} = (.01)_2$

ফলাফল :$(46.25)_{10} = (101110.01)_2$

উদাহরণ-৪: $(101.33)_{10}$ সংখ্যাটিকে বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তর কর।

সমাধান: ১ম অংশঃ পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে,

সংখ্যা ও অপারেশন	ভাগফল	ভাগশেষ	
101/2	**50**	**1(LSB)**	**Least Significant Bit**
50/2	**25**	**0**	
25/2	**12**	**1**	
12/2	**6**	**0**	
6/2	**3**	**0**	
3/2	**1**	**1**	
1/2	**0**	**1**	**(MSB) Most Significant Bit**

$(101)_{10} = (1100101)_2$

২য় অংশ: ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে,

সংখ্যা ও অপারেশন	গুণফল	পূর্ণসংখ্যা	
.33×2	**0.66**	**0**	**(MSB) Most Significant Bit**
.66×2	**1.32**	**1**	
.32×2	**0.64**	**0**	
.64×2	**1.28**	**1**	
.28×2	**0.56**	**0**	
.56×2	**1.12**	**1**	
.12×2	**0.24**	**0**	
.24×2	**0.48**	**0**	**(LSB) Least Significant Bit**

$(.33)_{10} = (.01010100.....)_2$

ফলাফল : **$(101.33)_{10} = (1100101.01010100...)_2$**

(ii) দশমিক সংখ্যাকে অকটাল সংখ্যায় রূপান্তর (**Decimal Numbers Conversion to Octal Numbers)**

অকটাল সংখ্যার ভিত্তি 8 (আট)। দশমিক সংখ্যাকে অকটাল সংখ্যায় রূপান্তর করতে হলে দশমিক সংখ্যাকে 8দিয়ে ভাগ করতে হয় যতক্ষণ না ভাগফল শূন্য হয়। তারপর ভাগশেষগুলোকে ক্রমান্বয়ে নিচের দিক থেকে শুরু করে উপরে দিকে পাশাপাশি সাজিয়ে লিখলেই সমমানের অকটাল সংখ্যা পাওয়া যায়।

উদাহরণ-৫:**$(25)_{10}$** সংখ্যাটিকে অকটাল সংখ্যায় রূপান্তর কর।

সংখ্যা ও অপারেশন	গুণফল	ভাগশেষ	
25/8	**3**	**1**	↑ **(LSB) Least Significant Bit**
3/8	**0**	**3**	**(MSB) Most Significant Bit**

ফলাফল :**$(25)_{10} = (31)_8$**

উদাহরণ-৬: **$(.41)_{10}$** সংখ্যাটিকে অকটাল সংখ্যায় রূপান্তর কর।

সংখ্যা ও অপারেশন	গুণফল	পূর্ণ সংখ্যা	
.41×8	**3.28**	**3**	**(MSB) Most Significant Bit**
.28×8	**2.24**	**2**	↓
.24×8	**1.92**	**1**	
.92×8	**7.36**	**7**	
.36×8	**2.88**	**2**	**(LSB) Least Significant Bit**

ফলাফল : **$(.41)_{10} = (.32172...)_8$**

উদাহরণ-৭: **$(406.125)_{10}$**সংখ্যাটিকে অকটাল সংখ্যায় রূপান্তর কর।

সমাধান : ১ম অংশ: পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে,

সংখ্যা ও অপারেশন	ভাগফল	ভাগশেষ

406/8	50	6	(LSB) Least Significant Bit ↑
50/8	6	2	
6/8	0	6	(MSB) Most Significant Bit

$(406)_{10} = (626)_8$

২য় অংশ: ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে,

সংখ্যা ও অপারেশন	গুণফল	পূর্ণসংখ্যা
$.125 \times 8$	1.0	1

$(.125)_{10} = (.1)_8$

ফলাফল :$(406.125)_{10} = (626.1)_8$

উদাহরণ-৮: $(88.69)_{10}$ সংখ্যাটিকে অকটাল সংখ্যায় রূপান্তর ।

সমাধান ঃ ১ম অংশ: পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে,

সংখ্যা ও অপারেশন	গুণফল	ভাগশেষ	
88/8	11	0	(LSB) Least Significant Bit ↑
11/8	1	3	
1/8	0	1	(MSB) Most Significant Bit

ফলাফল : $(88)_{10} = (130)_8$

২য় অংশ: ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে,

সংখ্যা ও অপারেশন	গুণফল	পূর্ণ সংখ্যা	
$.69 \times 8$	5.52	5	(MSB) Most Significant Bit ↓
$.52 \times 8$	4.16	4	
$.16 \times 8$	1.28	1	

.28×8	**2.24**	**2**	
.24×8	**1.92**	**1**	**(LSB) Least Significant Bit**

$(.69)_{10} = (.54121...)_8$

ফলাফলঃ **$(88.69)_{10} = (130.54121...)_8$**

(iii) দশমিক সংখ্যাকে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর (Convert Decimal to Hexadecimal Number)

হেক্সাডেসিমেল সংখ্যার ভিত্তি হচ্ছে **16**। দশমিক সংখ্যাকে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর করতে হলে দশমিক সংখ্যাকে **16** দিয়ে ভাগ করতে হয় যতক্ষণ না ভাগফল শূন্য হয়। তারপর ভাগশেষগুলোকে ক্রমান্বয়ে নিচের দিক থেকে শুরু করে উপরের দিকে পাশাপাশি সাজিয়ে লিখলেই সমমানের হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পাওয়া যায়।

উদাহরণ-৯ঃ $(৯৩)_{১০}$ সংখ্যাটিকে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর কর।

সংখ্যা ও অপারেশন	গুণফল	ভাগশেষ	
93/16	**5**	**13 = D**	**LSB** ↑
5/16	**0**	**5**	**MSB**

ফলাফল : **$(93)_{10} = (5D)_8$**

উদাহরণ-১০:**$(.41)_{10}$** সংখ্যাটিকে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর কর।

সংখ্যা ও অপারেশন	গুণফল	পূর্ণ সংখ্যা	
.41×16	**6.56**	**6**	**(MSB) Most Significant Bit** ↓
.56×16	**8.96**	**8**	
.96×16	**15.36**	**15 = F**	
.36×16	**5.76**	**5**	
.76×16	**12.16**	**12 = C**	**(LSB) Least Significant Bit**

ফলাফল : $(.41)_{10} = (.68F5C....)_{16}$

উদাহরণ-১১: $(414.107)_{10}$ সংখ্যাটিকে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর কর।

সংখ্যা ও অপারেশন	গুণফল	ভাগশেষ	
414/16	25	14 = E	LSB ↑
25/16	1	9	
1/16	0	1	MSB

$(414)_{10} = (19E)_{16}$

$(.107)_{10} = (?)_{16}$

সংখ্যা ও অপারেশন	গুণফল	পূর্ণ সংখ্যা	
.107×16	1.712	1	(MSB) Most Significant Bit ↓
.712×16	11.392	11 = B	
.392×16	6.272	6	
.272×16	4.352	4	
.3526×16	5.632	5	(LSB) Least Significant Bit

$(.107)_{10} = (.1B645...)_{16}$

ফলাফল : $(414.107)_{10} = (19E.1B645...)_{16}$

২. নিম্নে বাইনারি, অকটাল ও হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা থেকে ডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তরের পদ্ধতি দেয়া হলো:

রূপান্তর (Conversion) এর	পূর্ণ সংখ্যা (Integer) এর	ভগ্নাংশ (Fraction) এর

প্রকার		ক্ষেত্রে নিয়ম	ক্ষেত্রে নিয়ম
বাইনারি থেকে	ডেসিমেল বা দশমিক	বাইনারি, অকটাল ও হেক্সাডেসিমেল পূর্ণ সংখ্যাকে ডেসিমেল বা দশমিকে প্রকাশ করার জন্য সংখ্যাটির ডান দিক থেকে বাম দিকের প্রতিটি ডিজিটকে যে পদ্ধতিতে নেয়া হবে সেই পদ্ধতির **(Base Numer)^{0}, (Base Numer)^{1}, (Base Numer)^{2} ......** দ্বারা গুণ করতে হবে। গুণফলগুলি যোগ করে যে যোগফল পাওয়া যাবে তাই দশমিক সংখ্যার মান।	বাইনারি, অকটাল ও হেক্সাডেসিমেল ভগ্নাংশ সংখ্যাকে ডেসিমেল বা দশমিকে প্রকাশ করার জন্য সংখ্যাটির বাম দিক পয়েন্ট থেকে ডান দিকের প্রতিটি ডিজিটকে যে পদ্ধতিতে নেয়া হবে সেই পদ্ধতির **(Base Numer)$^{-0}$, (Base Numer)$^{-1}$, (Base Numer)$^{-2}$ ......** দ্বারা গুণ করতে হবে। গুণফলগুলি যোগ করে যে যোগফল পাওয়া যাবে তাই দশমিক সংখ্যার মান।
অকটাল থেকে			
হেক্সাডেসিমেল থেকে			

(iv) বাইনারি থেকে দশমিক সংখ্যায় রূপান্তর (Convert Binary to Decimal Number)

পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে :

উদাহরণ-১: **$(1101)_2$** সংখ্যাটির সমতুল্য দশমিক বা ডেসিমেল মান নির্ণয় কর।

সংখ্যাটিরপ্রতিটি ডিজিট বা **Face value** কে ভাড় **(Weight)** দ্বারা গুণ করে গুণফলগুলি যোগ করতে হবে।

Weights	2^3	2^2	2^1	2^0
Face Value	**1**	**1**	**0**	**1**

উপরের ছক থেকে আমরা পাই,

$1\times2^3 + 1\times2^2 + 0\times 2^1 + 1\times 2^0$

$= 1\times8 + 1\times4 + 0\times2 + 1\times1$

$= 8 + 4 + 0 + 1$

$= (13)_{10}$

ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে :

উদাহরণ-২: $(.1101)_2$ সংখ্যাটির সমতুল্য দশমিক বা ডেসিমেল মান নির্নয় কর।

সংখ্যাটিরপ্রতিটি ডিজিট বা **Face value** কে ভাড় **(Weight)** দ্বারা গুণ করে গুণফলগুলি যোগ করতে হবে।

Weight	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}
Face Value	**1**	**1**	**0**	**1**

উপরের ছক থেকে আমরা পাই,

$1\times2^{-1} + 1\times2^{-2} + 0\times2^{-3} + 1\times2^{-4}$

$= 1\times\frac{1}{2} + 1\times\frac{1}{4} + 0\times\frac{1}{8} + 1\times\frac{1}{16}$

$= 1\times.5 + 1\times.25 + 0 + .0625$

$= (.8125)_{10}$

উদাহরণ-৩: $(1011.011)_2$ সংখ্যাটির সমতুল্য দশমিক বা ডেসিমেল নির্ণয় কর।

1011 . 011

$1\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0 + 0\times 2^{-1} + 1\times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}$

$= 1 \times 8 + 0\times4 + 1\times2 + 1\times1 + 0\times.5 + 1\times.25 + 1\times.125$

$= 8 + 0 + 2 + 1 + 0 + .25 + .125$

$= (11.375)_{10}$

উদাহরণ-৪: $(100110.110111)_2$ সংখ্যাটির সমতুল্য দশমিক বা ডেসিমেল মান নির্ণয় কর।

100110. 110111

← →

$1 \times 2^5 + 0\times2^4 + 0 \times2^3 + 1 \times2^2 + 1 \times2^1 + 0 \times2^0 + 1 \times2^{-1} + 1 \times2^{-2} + 1 \times2^{-3} + 1 \times2^{-4} + 1 \times2^{-5} + 1 \times2^{-6}$

$= 1 \times32 + 0 \times 16 + 0\times 8 + 1\times4 + 1\times2 + 0\times1 + 1\times .5 + 1\times .25 + 0\times.125 + 1\times.0625 + 1\times .03125 + 1\times .015625$

$= 32 + 0+0+4+2+0+5+.25+0+.0625+.015625 = (38.859375)_{10}$

(v) অকটাল থেকে দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ (Convert Octal to Decimal

পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে,

উদাহরণ-১ : $(7025)_8$ সংখ্যাটির সমতুল্য দশমিক বা ডেসিমেল মান নির্ণয় কর।

সংখ্যাটিরপ্রতিটি ডিজিট বা **Face value** কে ভাড় **(weight)** দ্বারা গুণ করে গুণফলগুলি যোগ করতে হবে।

Weights	8^3	8^2	8^1	8^0
Face Value	7	0	2	5

উপরের ছক থেকে আমরা পাই,

$7\times8^3 + 0\times8^2 + 2\times8^1 + 5\times8^0$

$= 7 \times 512 + 0\times64 + 2\times8 + 5\times1$

বি.দ্রঃ বুঝার সুবিধার্থে ছকটি দেখানো হয়েছে। অংক করার ক্ষেত্রে ছকটি দেয়ার প্রয়োজন নেই।

$= 3584 + 0 + 16 + 5 = (3605)_{10}$

$\therefore (7025)_8 = (3605)_{10}$

ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে,

উদাহরণ-২: $(.236)_8$সংখ্যাটির সমতুল্য দশমিক বা ডেসিমেল মান নির্ণয় কর।

সংখ্যাটিরপ্রতিটি ডিজিট বা Face value কে ভাড় (weight) দ্বারা গুণ করে গুণফলগুলি যোগ করতে হবে।

Weights	8^{-1}	8^{-2}	8^{-3}
Face Value	2	3	6

উপরের ছক থেকে আমরা দেখতে পাই,

বি.দ্রঃ বুঝার সুবিধার্থে ছকটি দেখানো হয়েছে। অংক করার ক্ষেত্রে ছকটি দেয়ার প্রয়োজন নেই।

$2 \times 8^{-1} + 3\times8^{-2} + 6\times8^{-3}$

$= 2 \times\frac{1}{8} + 3 \times\frac{1}{64} + 6 \times\frac{1}{512}$

$= 2\times .125 + 3\times .0156 + 6\times .0020$

$= .25 + .0468 + .0120 =(.3088)_{10}$

উদাহরণ-৩: $(205.67)_8$সংখ্যাটির সমতুল্য দশমিক বা ডেসিমেল মান নির্নয় কর।

(205 .67)

←→

$2 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 5\times 8^0 +6\times8^{-1} + 7\times 8^{-2}$

$= 2 \times 64 + 0 \times 8 + 5 \times 1 + 6 \times\frac{1}{8} +7 \times\frac{1}{64}$

$= 128 + 0 +5 +.75 + .1094$

$= (133.8594)_{10}$

(vi) হেক্সাডেসিমেল থেকে দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ (Convert Hexadecimal to Decimal Number)

পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে,

উদাহরণ-১: $(90AD)_{16}$সংখ্যাটির সমতুল্য দশমিক বা ডেসিমেল মান নির্ণয় কর।

সংখ্যাটিরপ্রতিটি ডিজিট বা Face value কে ভাড় (weight) দ্বারা গুণ করে গুণফলগুলি যোগ করতে হবে।

Weights	16^3	16^2	16^1	16^0
Face Value	9	0	A	D

উপরের ছক থেকে আমরা পাই,

$$9 \times 16^3 + 0 \times 16^2 + A \times 16^1 + D \times 16^0$$

$$= 9 \times 4096 + 0 \times 64 + 10 \times 16 + 13 \times 1$$

$$= 36864 + 0 + 160 + 13$$

$$= (37037)_{10}$$

ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে,

উদাহরণ-২: $(.A7D)_{16}$ সংখ্যাটির সমতুল্য দশমিক বা ডেসিমেল মান নির্ণয় কর।

সংখ্যাটিরপ্রতিটি ডিজিট বা Face value কে ভাড় (weight) দ্বারা গুণ করে গুণফলগুলি যোগ করতে হবে।

Weights	16^{-1}	16^{-2}	16^{-3}
Face Value	A	7	D

উপরের ছক থেকে আমরা পাই,

$$A \times 16^{-1} + 7 \times 16^{-2} + \times D \times 16^{-3}$$

$$= 10 \times \frac{1}{16} + 7 \times \frac{1}{256} + 13 \times \frac{1}{4096}$$

$= .625 + .0273 + .0031$

$= (.6554)_{10}$

উদাহরণ-৩: **$(ABCD.EF)_{16}$**সংখ্যাটির সমতুল্য দশমিক ডেসিমেল মান নির্ণয় কর।

$$ABCD.EF = A \times 16^{3} + B \times 16^{2} + C \times 16^{1} + D \times 16^{0} + E \times 16^{-1} + F \times 16^{-2}$$

$$= 10 \times 4096 + 11 \times 256 + 12 \times 16 + 13 \times 1 + 14 \times \frac{1}{16} + 15 \times \frac{1}{256}$$

$$= 40960 + 2816 + 192 + 13 + .875 + .0586 \quad = (43981.9336)_{10}$$

ফলাফল: **$(ABCD.EF)_{16} = (43981.9336)_{10}$**

৩. অকটাল থেকে বাইনারি (Octal to Binary) এবং হেক্সাডেসিমেল থেকে বাইনারি (Hexadecimal to Binary)

(vii) অকটাল থেকে বাইনারি (Octal to Binary)

অকটাল থেকে বাইনারি দুইভাবে প্রকাশ করা যায়। প্রথম পদ্ধতিটি হলো অকটাল মানকে প্রথমে ডেসিমেল/দশমিকে এবং দশমিক মানকে বাইনারিতে প্রকাশ। যা আমরা এই অধ্যায়ের শুরুতে শিখেছি।

দ্বিতীয় পদ্ধতি হলো সরাসরি পদ্ধতি, যেখানে অকটাল সংখ্যার প্রতিটি ডিজিটকে বাইনারি সমতুল্য 3 বিটে প্রকাশ করা হয়। অকটালে সর্বোচ্চ ডিজিট 7, যার বাইনারি মান প্রকাশের জন্য 3 বিটের প্রয়োজন হয়।

Weights	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
Binary Value			

অকটাল পদ্ধতির যে সংখ্যাটি দেয়া থাকবে তার প্রতিটি ডিজিট 3 বিটে প্রকাশ করতে হবে। প্রতিটি ডিজিট এক/একাধিক ভাড় (Weight) ব্যবহার করে উপরোক্ত ডিজিটটির সমতুল্য মান হয়। যে

সকল ভাড় ব্যবহার করা হয় সেই সকল অবস্থানে **1**বসাতে হয় আর অব্যবহৃত ভাড়ের অবস্থানে **0** বসাতে হয়।

উদাহরণ-১: **$(74)_8$** কে বাইনারিতে প্রকাশ কর।

7 গঠিত হয় ভাড় **(Weight) 4, 2** ও **1** এর সমন্বয়ে তাই এই তিনটি ভাড়ের স্থানেই **1** বসাতে হয়। অর্থাৎ **7 = 1 1 1**

4	2	1
1	1	1

এইরকমভাবে, **4** গঠিত হয় সর্ব বামের ভাড় নিয়ে। তাই এই ভাড়ের স্থানেই **1** বসাতে হবে। অন্যান্য ভাড়ের ক্ষেত্রে ০ বসাতে হবে। অর্থাৎ **4 = 1 0 0**

4	2	1
1	0	0

$(74)_8 = (111100)_2$

উদাহরণ-২: **$(502)_8$** কে বাইনারিতে প্রকাশ কর।

	4	2	1	
5=	4	0	1	**= 101**
	4	2	1	
	0	0	0	**0== 000**
	4	2	1	
2=	0	1	0	**= 010**

$\therefore (502)_8 = (101\ 000\ 010)_2$

উদাহরণ-৩: **$(4605)_8$** কে বাইনারিতে প্রকাশ কর।

4 = 100

6 = 110

0 = 000

5 = 101 $\therefore$ $(4605)_8 = (100\ 110\ 000\ 101)_2$

(viii) হেক্সাডেসিমেল থেকে বাইনারি **(Hexadecimal to Binary)**

হেক্সাডেসিমেল থেকে বাইনারিতে দুই ভাবে প্রকাশ করা যায়। প্রথম পদ্ধতি হলো হেক্সাডেসিমেল মানকে প্রথমে ডেসিমেলে/দশমিকে প্রকাশ করা এবং দশমিক মানকে বাইনারিতে প্রকাশ। যা আমরা এই অধ্যায়ের শুরুতে শিখেছি। দ্বিতীয় পদ্ধতি হলো সরাসরি পদ্ধতি, যেখানে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যার প্রতিটি ডিজিটকে বাইনারি সমতুল্য **4** বিটে প্রকাশ করা হয়।

Weights	**2^3=8**	**2^2 = 4**	**2^1 = 2**	**2^0 = 1**
Binary Value				

হেক্সাডেসিমেল পদ্ধতির যে সংখ্যাটি দেয়া থাকবে তার প্রতিটি ডিজিট **4** বিটে প্রকাশ করতে হবে। প্রতিটি ডিজিট এক/একাধিক ভাড় ব্যবহার করে উপরোক্ত ডিজিটটির সমতুল্য মান হয়। যে সকল ভাড় ব্যবহার করা হয় সেই সকল অবস্থানে **1** বসাতে হয় আর অব্যবহৃত ভাড়ের অবস্থানে **0** বসাতে হয়।

উদাহরণ-১: **$(ED4)_{16}$** কে বাইনারিতে প্রকাশ কর।

E = 14 যা গঠিত হয় **8,4**ও **2** এর সমন্বয়ে, তাই এই তিনটি ভাড়ের স্থানেই **1** বসাতে হবে। অন্য ভাড়ের ক্ষেত্রে **0** বসাতে হবে।

8	4	2	1
1	1	1	0

অর্থাৎ **E = 1110**

D = 1101

8	4	2	1
1	1	0	1

4 এর জন্য সরাসরি ভাড় দেয়া আছে তাই এই ভাড়ের স্থানেই **1** বসাতে হবে। অন্যান্য ভাড়ের ক্ষেত্রে **0** বসাতে হবে।

অর্থাৎ **4 = 0100**

8	4	2	1
0	1	0	0

$\mathbf{(ED4)_{16} = (111011010100)_2}$

উদাহরণ-২: $\mathbf{(60F)_{16}}$কে বাইনারিতে প্রকাশ কর।

$\mathbf{(60F)_{16}}$

6 =

8	4	2	1
0	1	1	0

= 0110

0 =

8	4	2	1
0	0	0	0

= 0000

F =

8	4	2	1
1	1	1	1

= 1111

$\therefore$ **$(60F)_{16} = (0110\ 0000\ 1111)_2$**

৪. বাইনারি থেকে অকটাল (Binary to Octal) এবং বাইনারি থেকে হেক্সাডেসিম্যাল (Binary to Hexadecimal)

(ix) বাইনারি থেকে অকটাল (Binary to Octal)

বাইনারি থেকে অকটাল দুই ভাবে প্রকাশ করা যায়। প্রথম পদ্ধতিটি হলো বাইনারি মানকে প্রথমে ডেসিমেলে/দশমিকে এবং দশমিক মানকে অকটালে প্রকাশ। যা আমরা এই অধ্যায়ের মুহূর্তে শিখেছি।

দ্বিতীয় পদ্ধতি হলো সরাসরি, এই ক্ষেত্রে 3 বিট নিয়ে কাজ করা হয়।

Weights	**$2^2 = 4$**	**$2^1 = 2$**	**$2^0 = 1$**
Binary Value			

বাইনারির যে সংখ্যাটি দেয়া থাকবে যদি সংখ্যাটি পূর্ণ সংখ্যা হয় তাহলে সংখ্যাটি ডান দিক থেকে তিন বিট করে আলাদা করতে হবে এবং সর্বশেষ ভাগ যদি তিন বিটের কম থাকে তবে বামে শূন্য বসিয়ে 3 বিট করতে হবে। তিন বিটের মধ্যে যে সকল ডিজিটের মান 1 তাদের ভাড় বা ভাড়ের সমষ্টিই হলো সমতুল্য দশমিক মান। যদি সংখ্যাটি ভগ্নাংশ হয় তাহলে পয়েন্ট থেকে বা বাম দিক থেকে ডানদিকে একই পদ্ধতি অনুসরণ করে কাজ করতে হবে।

বাইনারি	অকটাল
000	**0**
001	**1**
010	**2**
011	**3**

100	**4**
101	**5**
110	**6**
111	**7**

উদাহরণ-১: $(11101111)_2$ কে অকটালে প্রকাশ কর।

<u>11101111</u>

<u>011101111</u>

111 = 1 + 2 +4 = 7

101 = 1 +0 +4 = 7

011 = 0+2+1 =3

$(11101111)_2 = (357)_8$

4	**2**	**1**
1	**1**	**1**
4	**2**	**1**
1	**0**	**1**
4	**2**	**1**
0	**1**	**1**

উদাহরণ-২: $(110010111)_2$ কে অকটালে প্রকাশ কর।

110 010 111

← ← ←

110 =

4	**2**	**1**
1	**1**	**0**

$= 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 = 4 + 2 + 0 = 6$

010 =

4	2	1
0	1	0

$= 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 = 0 + 2 + 0 = 2$

111=

4	2	1
1	1	1

$= 1 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 4 + 2 + 1 = 7$

$\therefore (110010111)_2 = (627)_8$

উদাহরণ-৩: $(11010100)_2$ কে অকটালে প্রকাশ কর।

11 010 100

← ← ←

011=

4	2	1
0	1	1

$= 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 0 + 2 + 1 = 3$

010 =

4	2	1
0	1	0

$= 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 = 0 + 2 + 0 = 2$

100 =

4	2	1
1	0	0

$= 1 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1 = 4 + 0 + 0 = 4$

$\therefore (11010100)_2 = (324)_8$

(x) বাইনারি থেকে হেক্সাডেসিমেল (Binary to Hexadecimal)

বাইনারি থেকে হেক্সাডেসিমেলে দুই ভাবে প্রকাশ করা যায়। প্রথম পদ্ধতি হলো বাইনারি মানকে প্রথমে ডেমিমেলে/দশমিকে এবং দশমিক মানকে হেক্সাডেসিমেলে প্রকাশ। যা আমরা এই অধ্যায়ের শুরুতে শিখেছি। দ্বিতীয় পদ্ধতি হলো সরাসরি পদ্ধতি, এই ক্ষেত্রে **4** বিট নিয়ে কাজ করা হয়। হেক্সাডেসিমেলের সর্বোচ্চ ডিজিট **F** যার দশমিক মান **15,** যা প্রকাশের জন্য **4** বিটের প্রয়োজন হয়।

Weights	**2^3 =8**	**2^2 = 4**	**2^1 = 2**	**2^0 = 1**
Binary Value				

নিম্নে বাইনারি ও হেক্সাডেসিমেল সংখ্যার একটি তালিকা দেয়া হল।

বাইনারি	হেক্সাডেসিমেল
0000	**0**
0001	**1**
0010	**2**
0011	**3**
0100	**4**
0101	**5**
0110	**6**
0111	**7**
1000	**8**
1001	**9**
1010	**A**

1011	**B**
1100	**C**
1101	**D**
1110	**E**
1111	**F**

বাইনারি যে সংখ্যাটি দেয়া থাকবে যদি সংখ্যাটি পূর্ণ সংখ্যা হয় তাহলে সংখ্যাটি ডান দিক থেকে **4** বিট করে আলাদা করতে হবে এবং সর্বশেষ ভাগ যদি **4** বিটের কম থাকে তবে বামে শূন্য বসিয়ে **4** বিট করতে হবে।**4** বিটের মধ্যে যে সকল ডিজিটের মান **1** তাদের ভাড়(**Weight)** বা ভাড়ের সমষ্টিই হলো সমতুল্য দশমিক মান। যদি সংখ্যাটি ভগ্নাংশ হয় তাহলে পয়েন্ট থেকে বা বাম থেকে ডানদিকে একই পদ্ধতি অনুসরণ করে কাজ করতে হবে। বাইনারি থেকে প্রকাশের পর মান যদি **9** এর বড় হয় তাহলে **A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14, F = 15** হবে।

উদাহরণ-০১: **$(111101111)_2$** কে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় প্রকাশ কর।

111101111

000111101111

1111 = 8 + 4 +2 +1 = 15 = F

8	**4**	**2**	**1**
1	**1**	**1**	**1**

1110 = 8+4+2+0 = 14 = E

8	**4**	**2**	**1**
1	**1**	**1**	**0**

0001 = 0+0+0+1 = 1

8	**4**	**2**	**1**
0	**0**	**0**	**1**

$(111101111)_2 = (1EF)_{16}$

উদাহরণ-২: **$(.111101111)_2$** কে হেক্সাডেসিমেলে প্রকাশ কর।

<u>111101111</u>

<u>111101111000</u>

1111 = 8+4+2+1 = 15 = F

0111 = 0+4+2+1 = 7

1000 = 8+0+0+0 = 8

$(.111101111)_2 = (.\ F78)_{16}$

8	4	2	1
1	1	1	1

8	4	2	1
0	1	1	1

8	4	2	1
1	0	0	0

উদাহরণ-৩: **$(110100001001)_2$** হেক্সাডেসিমেলে প্রকাশ কর।

<u>1101</u> <u>0000</u> <u>1001</u>

← ← ←

1101=

8	4	2	1
1	1	0	1

$= 1\times8 + 1\times4 + 0\times2 + 1\times1 = 8+4+0+1 = 13 = D$

0000=

8	4	2	1
0	0	0	0

$= 0\times8 + 0\times4 + 0\times2 + 0\times1 = 0+0+0+0 = 0$

1001 =

8	4	2	1
1	0	0	1

$= 1\times8 + 0\times4 + 0\times2 + 1\times1 = 8+0+0+1 = 9$

$\therefore$ **$(110100001001)_2 = (D09)_{16}$**

উদাহরণ-৪: **$(00110101111)_2$** কে হেক্সাডেসিমেলে প্রকাশ কর।

8	4	2	1

001 1010 1111

← ← ←

0001 = = 0×8 +0 × 4 +0 × 2 +1 × 1 = 0+0+0+1 = 1

1010 = = 1×8 +0 × 4 +1 × 2 +0 × 1 = 8+0+2+0= 10 = A

1111 = = 1×8 +1 × 4 +1 × 2 +1 × 1 = 8+4+2+1 = 15 = F

$\therefore$ **$(00110101111)_2 = (1AF)_{16}$**

৫. অকটাল থেকে হেক্সাডেসিমেল ও হেক্সাডেসিমেল থেকে অকটালে প্রকাশ:

অকটাল থেকে হেক্সাডেসিমেলে প্রকাশ করতে হলে বাইনারি হয়ে কাজ করতে হয়। অর্থাৎ অকটাল থেকে প্রথমে বাইনারিতে প্রকাশ করতে হবে এবং বাইনারিকে হেক্সাডেসিমেলে প্রকাশ করতে হবে। একই রকমভাবে, হেক্সাডেসিমেল থেকে অকটালে প্রকাশ করতে হলে বাইনারি হয়ে কাজ করতে হয়। অর্থাৎ হেক্সাডেসিমেল থেকে প্রথমে বাইনারিতে প্রকাশ করতে হবে এবং বাইনারিকে অকটালে প্রকাশ করতে হবে। তবে উভয় ক্ষেত্রেই মনে রাখতে হবে অকটালের ক্ষেত্রে 3 বিট এবং হেক্সাডেসিমেলের ক্ষেত্রে 4 বিট নিয়ে কাজ করতে হয়।

(xi) অকটাল থেকে হেক্সাডেসিমেলে রূপান্তর

উদাহরণ-১: **$(456)_8$** কে হেক্সাডেসিমেলে প্রকাশ কর।

Note

অকটাল সংখ্যাকে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় প্রকাশ করার জন্য প্রথমে অকটাল সংখ্যাকে 3 বিট ব্যবহার করে বাইনারি সংখ্যায় এবং বাইনারি সংখ্যাকে 4 বিট ব্যবহার করে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় প্রকাশ করতে হবে।

অকটাল থেকে বাইনারিতে রূপান্তরঃ

$(456)_8$ কে বাইনারিতে প্রকাশ কর।

4 = 100

5 = 101

6 = 110

$\therefore (456)_8 = (100\ 101\ 110)_2$

বাইনারি থেকে হেক্সাডেসিমেলে রূপান্তরঃ

$(100\ 101\ 110)_2$

<u>00010010</u> <u>1110</u>

$0001 = 0\times8 + 0\times4 + 0\times2 + 1\times1 = 0+0+0+1 = 1$

$0010 = 0\times8 + 0\times4 + 1\times2 + 0\times1 = 0+0+2+0 = 2$

$1110 = 1\times8 + 1\times4 + 1\times2 + 0\times1 = 8+4+2+0 = 14 = E$

$\therefore (456)_8 = (12E)_{16}$

(xii) হেক্সাডেসিমেল থেকে অকটালে রূপান্তর

Note হেক্সাডেসিমেল সংখ্যাকে অকটাল সংখ্যায় প্রকাশ করার জন্য প্রথমে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যাকে 4 বিট ব্যবহার করে বাইনারি সংখ্যায় এবং বাইনারি সংখ্যাকে 3 বিট ব্যবহার করে অকটাল সংখ্যায় প্রকাশ করতে হবে।

উদাহরণ-২ঃ $(CAB)_{16}$কে অকটালে প্রকাশ কর।

হেক্সাডেসিমেল থেকে বাইনারিতে রূপান্তরঃ

$(CAB)_{16}$

C =

8	4	2	1
1	1	0	0

= 1100

A =

8	4	2	1
1	0	1	0

= 1010

B =

8	4	2	1
1	0	1	1

= 1011

$\therefore (CAB)_{16} = (110010101011)_2$

বাইনারি থেকে অকটালে রূপান্তরঃ

<u>110010101011</u>

110 = 1×4 +1 × 2 + 0 × 1 = 4+2+0 = 6

010 = 0×4 +1 × 2 + 0 × 1 = 0 + 2+ 0 = 2

101 = 1 × 4 +0× 2 + 1 × 1 = 4+0+1 = 5

011 = 0 × 4 +1 × 2 + 1 × 1 = 0 + 2+ 1 = 3

$\therefore (110010101011)_2 = (6253)_8$

$\therefore (CAB)_{16} = (6253)_{8\ (Ans.)}$

গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

সমস্যা-১: **$(5A.2C)_{16}$** এবং **$(72.34)_8$** সংখ্যা দুইটিকে বাইনারিতে পরিবর্তন করে যোগফল নির্ণয় কর।

সমাধানঃ	**5**	**A**	**.**	**2**	**C**
বাইনারিতে বিভাজন	**0101**	**1010**		**0010**	**1100**

বাইনারি সংখ্যা **$(01011010.00101100)_2$**

$(72.34)_8$ এর বাইনারি মান

প্রতিটি অকটাল সংখ্যার তিন ঘর করে বাইনারি মান লিখতে হবে

অকটাল সংখ্যা	**7**	**2**	**.**	**3**	**4**
	↓	↓		↓	↓
বাইনারিতে বিভাজন	**111**	**010**		**011**	**100**

বাইনারি মান **$(111010.011100)_2$**

$(5A.2C)_{16} \rightarrow$ 01011010.00101100

$(72.34)_8 \rightarrow$ <u>00111010.01110000</u>

10010100.10011100

সমস্যা-২: **$(ABCD.EF)_{১৬}$** সংখ্যাটিকে অকটাল এবং ডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর কর।

<u>সমাধান:</u> অকটাল সংখ্যায় রূপান্তর : প্রতিটি হেক্সাডেসিমেল সংখ্যার ৪ বিট বাইনারি মান লিখতে হবে। তারপর অকটাল সংখ্যায় রূপান্তরের জন্য ৩টি করে অংক নিয়ে জোড়া তৈরি করতে হবে।

A	**B**	**C**	**D**	**.**	**E**	**F**
↓	↓	↓	↓		↓	↓
১০১০	**১০১১**	**১১০০**	**১১০১**		**১১১০**	**১১১১**

০০১	০১০	১০১	১১১	০০১	১০১	.	১১১	০১১	১১০
১	২	৫	৭	১	৫		৭	৩	৬

$\therefore$ $(A\ B\ C\ D\ .\ E\ F)_{১৬}$= $(১২৫৭১৫.৭৩৬)_{৮}$

ডেসিমেল বা দশমিকে রূপান্তর: **$(A\ B\ C\ D\ .E\ \ F)_{১৬} = (?)_{১০}$**

পূর্ণসংখ্যার ক্ষেত্রে

$(A\ B\ C\ D\ )_{১৬}$ $= A\times ১৬^{৩} + B \times১৬^{২} + C\times১৬^{১} + D\times১৬^{০}$

$= ১০\times ১৬^{৩} + ১১ \times১৬^{২} + ১২ \times১৬^{১} +১৩ \times ১৬^{০}$

$= ১০ \times ৪০৯৬ + ১১ \times২৫৬ + ১২ \times১৬+১৩ \times ১$

$= ৪০৯৬০ + ২৮১৬ + ১৯২ + ১৩$

$= (৪৩৯৮১)_{১০}$

ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে,

$(.\ E\ F)_{১৬}$ $= E\times ১৬^{-১} + F \times১৬^{-২}$

$= ১৪\times ১৬^{-১} + ১৫\times১৬^{-২}$

$= .৮৭৫ + .০৫৮৫৯$

$= (.৯৩৩৫৯)_{১০}$

$\therefore (A\ B\ C\ D\ .\ E\ F)_{১৬} = (৪৩৯৮১.৯৩৩৫৯)_{১০}$

সমস্যা-৩: 3D কোন ধরনের সংখ্যা? সংখ্যাটির সমকক্ষ দশমিক ও অকটাল মান বের কর।

সমাধান: 3D হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা।

দশমিক সংখ্যায় রূপান্তর: $(3D)_{16}$

$(3D)_{16}= 3 \times 16^{1} + D \times 16^{0}$

$= 3 \times 16 + \times 13\times1 = 48 + 13$

$= 61$

$\therefore (3D)_{16}= (61)_{10}$

অকটাল সংখ্যায় রূপান্তর: $(3D)_{16}$

$(3D)_{16}= 3\ \ D$

↓↓

= 0011 1101

= <u>000111101</u>

000 = 0 + 0 + 0 = 0

111 = 4 + 2 +1 = 7

101 = 4 + 0 + 1 = 5

$(3D)_{16} = (75)_8$

সমস্যা-৪: (৯F.C৬)$_{১৬}$ এবং (২৭৭.৩৬)$_{৮}$ সংখ্যা দুটি যোগ কর এবং যোগফল হেক্সাডেসিমেলে নির্ণয় কর।

সমাধান: (৯F.C৬)$_{১৬}$

হেক্সাডেসিমেল	৯	F	.	C	৬
	↓	↓		↓	↓
	১০০১	১১১১		১১০০	০১১০

বাইনারি সংখ্যা (১০০১ ১১১১ . ১১০০ ০১১০)$_{২}$

(২৭৭.৩৬)$_{৮}$ এরবাইনারি মান

প্রতিটি অকটাল সংখ্যার তিন ঘর করে বাইনারি মান লিখতে হবে

অকটাল সংখ্যা	২	৭	৭	.	৩	৬
	↓	↓	↓		↓	↓
বাইনারিতে বিভাজন	০১০	১১১	১১১		০১১	১১০

বাইনারিতে মান (০১০১১১১১১.০১১১১০)$_{২}$

(৯F.C৬)$_{১৬}$ ⟶ ১০০১ ১১১১ . ১১০০ ০১১০

(২৭৭.৩৬)$_{৮}$ ⟶ <u>০১০১১ ১১১১ .০১১১১০০০</u>

১০১০১১১১১.০০১১১১১০

$(১৫F.৩E)_{১৬}$ = ০০০১ ০১০১ ১১১১ . ০০১১ ১১১০

সমস্যা-৫ঃ FF কোন ধরনের সংখ্যা? সংখ্যাটির সমকক্ষ দশমিক, বাইনারি ও অকটাল নির্ণয় কর।

সমাধানঃ FF হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা।

দশমিক সংখ্যায় রূপান্তরঃ

$(FF)_{১৬} = F\times ১৬^{১} + F\times ১৬^{০}$

$= ১৫ \times ১৬ + ১৫ \times ১$

$= ২৪০ + ১৫$

$= ২৫৫$

$\therefore (FF)_{১৬} = (২৫৫)_{১০}$

অকটাল সংখ্যায় রূপান্তরঃ

$(FF)_{১৬}$ = F F

↓ ↓

= ১১১১ ১১১১

= ০১১ ১১১ ১১১

= ০১১ ১১১ ১১১

৩ ৭ ৭

= ৩৭৭

$\therefore (FF)_{১৬} = (৩৭৭)_{৮}$

বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তরঃ

$(FF)_{১৬}$ = F F

↓ ↓

$= ১১১১ \quad ১১১১$

$= ১১১১১১১১$

$\therefore (FF)_{১৬} = (১১১১১১১১)_{২}$

সমস্যা-৬: $(ABC)_{১৬}$ এবং $(DEF)_{১৬}$ সংখ্যা দুটি যোগ কর এবং যোগফল অকটালে প্রকাশ কর।

সমাধান :

$$\begin{array}{r} ABC \\ DEF \\ \hline \end{array}$$

যোগফল $= (১৮AB)_{১৬}$

১	৮	A	B
↓	↓	↓	↓
= ০০০১	১০০০	১০১০	১০১১

= ০০০ ০০১ ১০০ ০১০ ১০১ ০১১

= ০০১ ১০০ ০১০ ১০১ ০১১

= ১ ৪ ২ ৫ ৩

$\therefore (১৮AB)_{১৬} = (১৪২৫৩)_{৮}$

৩.৩ বাইনারি যোগ বিয়োগ (Additional and Subtraction in Binary System)

দশমিক সংখ্যায় যেমন বিভিন্ন গাণিতিক কাজ (যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ) করা যায়। তেমনি বাইনারি পদ্ধতিতেও যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগের কাজ করা যায়। বাইনারিতে যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগের কাজ করা সহজ। কারণ এখানে দুইটি অঙ্ক **0** এবং **1** ব্যবহার করা হয়।

বাইনারি যোগ : বাইনারি যোগের নিয়ম হল-

0 +0 = 0

0 + 1 = 1

1 + 0 = 1

1 + 1 = 0 এবং হাতে থাকবে **1** (হাতে থাকাকে ক্যারি বলে।)

উদাহরণ-১:	উদাহরণ-২ :
1100	**1101**
+101	**+ 1011**
10001	**11000**

বাইনারি বিয়োগ : বাইনারি বিয়োগের নিয়ম-

0-0 = 0

1 -0 = 1

1-1 = 0

0-1 = 1 আগের কার্যকর বিট থেকে **1** ধার করতে হয়।

উদাহরণ-১:	উদাহরণ-২:	উদাহরণ-৩:
1011	**101001**	**1000.1100** (ফাঁকা স্থানে ০ ধরতে হয়)
-110	**-101**	**-101.0100111**
101	**100100**	**11.0111001**

সমস্যা-১: বাইনারি যোগফল নিণয় কর:

সমস্যা-২: বাইনারি বিয়োগফল নির্ণয় কর:

সমাধান :

ক)

$$\begin{array}{r} (111.01)_2 \\ (101.11)_2 \\ \hline (1101.00)_2 \end{array}$$

খ)

$$\begin{array}{r} (11011.001)_2 \\ (1011.11)_2 \\ \hline (100110.111)_2 \end{array}$$

গ)

$$\begin{array}{r} 11101 \\ 1001 \\ +101 \\ \hline 101011 \end{array}$$

সমাধান:

ক)

$$\begin{array}{r} 1111 \\ 1101 \\ \hline 0010 \end{array}$$

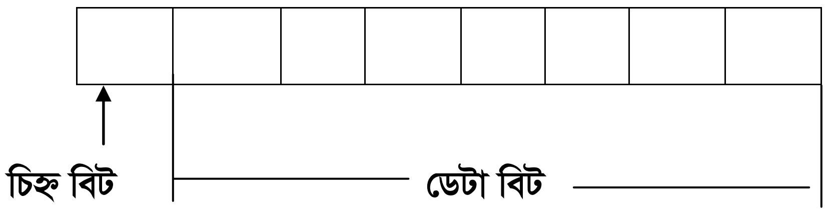
খ)

$$\begin{array}{r} (101111001.11)_2 \\ (10000111.10)_2 \\ \hline (11110010.01)_2 \end{array}$$

৩.৪ চিহ্নযুক্ত সংখ্যা (Singed Numbers)

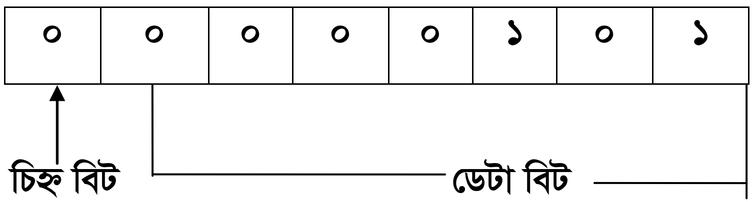
দশমিক সংখ্যার ক্ষেত্রে গাণিতিক কাজে সংখ্যার মান বুঝানোর জন্য দুটি অবস্থা রয়েছে ধনাত্মক (Positive) ও ঋণাত্মক (Negative) । ধনাত্মক ও ঋনাত্মক সংখ্যা বুঝানোর জন্য সংখ্যারপূর্বে + বা − চিহ্ন ব্যবহার করা হয়। এই + বা - চিহ্নযুক্ত সংখ্যাকে চিহ্নিত সংখ্যা বা সাইন্ড নাম্বার (Singed Numbers) বলা হয়।

বাইনারি পদ্ধতিতে এই চিহ্ন বুঝানোর জন্য একটি অতিরিক্ত বিট ব্যবহার করা হয়। একে চিহ্ন বিট বলে। চিহ্ন বিট ০ হলে সংখ্যাটি ধনাত্মক এবং চিহ্ন বিট ১ হলে সংখ্যাটি ঋনাত্মক। নিম্নে ১ বাইট বা ৮ বিট রেজিস্টারের ক্ষেত্রে একটি উদাহরণ দেয়া হল:

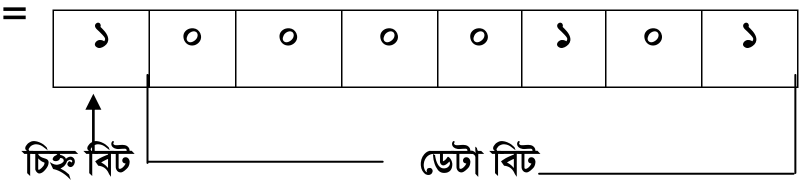


৫ এর বাইনারী মান ১০১। এখন ৮বিট রেজিস্টারে + ৫ এবং -৫ কীভাবে প্রকাশ করা হয় তা নিচে দেখানো হলঃ

+৫=



-৫ =



চিহ্নযুক্ত সংখ্যা চারটি জনপ্রিয় মেথড দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

1. **sign-and-magnitude**
2. **one's complement**
3. **two's complement**
4. **excess-K**

একই চিহ্নের দুইটি সংখ্যার যোগফল নির্ণয়ের জন্য নিয়মঃ

১। প্রকৃত সংখ্যা দুইটি যোগ করতে হবে।

২। যোগফল লিখতে হবে সংখ্যা চিহ্নসহ।

বিভিন্ন চিহ্নের দুইটি সংখ্যার যোগফল নির্ণয়ের জন্য নিয়ম :

১। বড় সংখ্যাটি থেকে ছোট সংখ্যাটি বিয়োগ করতে হবে।

২। বিয়োগফল লিখতে হবে এবং বড় সংখ্যাটির চিহ্ন বসাতে হবে।

৩.৫ ২ এর পরিপূরক (2's Complement)

ধনাত্মক সংখ্যার ক্ষেত্রে চিহ্ন বিটসহ বাইনারির মানকে ২-এর পরিপূরক বলে।

ঋনাত্মক সংখ্যার ক্ষেত্রে ২-এর পরিপূরক নির্ণয়ের নিয়ম :

ক. চিহ্নের বিটসহ বাইনারি মান নির্ণয় করতে হবে।

খ. চিহ্ন বিট ঠিক রেখে বাকি মানগুলোর **0** এর স্থলে **1** এবং **1** এর স্থলে **0** বসাতে হবে। একে ১-এর পরিপূরক বলে।

গ. ১ এর পরিপূরকের সাথে **1** যোগ করে ২ এর পরিপূরক নির্ণয় করা হয়।

এখানে ২ এর পরিপূরক এর জন্য ৮ বিট রেজিস্টার ব্যবহার করা হয়েছে।

নিম্নে এর গঠন দেয়া হল :

	64	32	16	8	4	2	1
Sign bit	← **Zone bit** →						

Sign + হলে **Sign bit** এ **0** হবে।

Sign-হলে **Sign bit** এ **1** হবে।

২-এর পরিপূরকের গুরুত্ব বা প্রয়োজনীতা :

- ২ এর পরিপূরক গঠনে চিহ্নযুক্ত সংখ্যা ও চিহ্নবিহীন সংখ্যা যোগ করার জন্য একই বর্তনী ব্যবহার করা যায়।
- ২-এর পরিপূরক সংখ্যার জন্য গাণিতিক সরল বর্তনী প্রয়োজন। সরল বর্তনী দামে সস্তা এবং দ্রুত গতিতে কাজ করে।
- ২-এর পরিপূরক গঠনে যোগ ও বিয়োগের জন্য একই বর্তনী ব্যবহার করা যায়। তাই আধুনিক কম্পিউটারে ২-এর পরিপূরক পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়।

উদাহরণ-১:**-20** এর ২ এর পরিপূরক নির্ণয় কর।

ক. -20 এর বাইনারি মান চিহ্ন বিটসহ

	64	32	16	8	4	2	1
1	0	0	1	0	1	0	0

খ. ১ এর পরিপূরক

1	1	1	0	1	0	1	1

গ. ২ এর পরিপূরক

```
  1   1   1   0   1   0   1   1
                          +   1
--------------------------------
 1    1   1   0   1   1   0   0
```

উদাহরণ-২: নিচের সংখ্যাগুলোর ২-এর পরিপূরক পদ্ধতি ব্যবহার করে যোগ কর।

ক) +22 ও +10 খ) +22 ও -10

গ) -22ও +10 ঘ) -22ও -10

সমাধান:

(ক) +22 ও +10 সংখ্যার ২ এর পরিপূরক পদ্ধতি ব্যবহার করে যোগ

```
+22  =  0  0   0   1   0   1   1   0
+10  =  0  0   0   0   1   0   1   0
----    ------------------------------
+32     0  0   1   0   0   0   0   0
```

(খ) +22 ও -10 সংখ্যায় ২ এর পরিপূরক পদ্ধতি ব্যবহার করে যোগ

-10=

1	0	0	0	1	0	1	0

1 1 1 1 0 1 0 1 (1এর পরিপূরক)

+ 1

1 1 1 1 0 1 1 0 (2 এর পরিপূরক)

+22= 0 0 0 1 0 1 1 0

-10= 1 1 1 1 0 1 1 0

+12= 10 0 0 0 1 1 0 0

এখানে, ডেটা বিট হচ্ছে ৮ বিট। কিন্তু যোগফল ৯ বিটের। সুতরাং অতিরিক্ত বিটকে বিবেচনা করা হবে না।

+12=

0	0	0	0	1	1	0	0

গ) -22 ও +10 সংখ্যার ২ এর পরিপূরক পদ্ধতি ব্যবহার করে যোগ

-22=

1	0	0	1	0	1	1	0

1 1 1 0 1 0 0 1 (1এর পরিপূরক)

1 1 1 0 1 0 0 1 (1এর পরিপূরক)

+ 1

1 1 1 0 1 0 1 0 (2এর পরিপূরক)

-22= 1 1 1 0 1 0 1 0

+10= 0 0 0 0 1 0 1 0

-12= 1 1 1 1 0 1 0 0

উত্তর সম্পর্কে নিশ্চিত হওয়ার জন্য যোগফলকে বাইনারি ফরমেটে প্রকাশ করতে হবে। যেমন:

11110100 দুই এর পরিপূরক

10001011 এক এর পরিপূরক

+1

(-12)= 10001100 বাইনারি ফরমেট

ঘ) **-22**ও **-10** সংখ্যার ২ এর পরিপূরক পদ্ধতি ব্যবহার করে যোগ

-22=

1	0	0	1	0	1	1	0

1 1 1 0 1 0 0 1 (1এর পরিপূরক)

+ 1

---

1 1 1 0 1 0 1 0 (2এর পরিপূরক)

-10=

1	0	0	0	1	0	1	0

1 1 1 1 0 1 0 1 (1এর পরিপূরক)

+ 1

---

1 1 1 1 0 1 1 0 (2এর পরিপূরক)

-22= 1 1 1 0 1 0 1 0

-10= 1 1 1 1 0 1 1 0

-32= 11 1 1 0 0 0 0 0

এখানে, ডেটা বিট হচ্ছে 8বিট। কিন্তু যোগফল 9 বিটের। সুতরাং অতিরিক্ত বিটকে বিবেচনা করা হবে না।

-32=	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**

উত্তর সম্পর্কে নিশ্চিত হওয়ার জন্য যোগফলকে বাইনারি ফরমেটে প্রকাশ করতে হবে। যেমনঃ

1 1 1 0 0 0 0 0 দুই এর পরিপূরক

1 0 0 1 1 1 1 1 এক এর পরিপূরক

+ 1

(-32)=1 0 1 0 0 0 0 0 বাইনারি ফরমেট

উদাহরণ-৩: নিচের সংখ্যাগুলোর ২ এর পরিপূরক পদ্ধতি ব্যবহার করে বিয়োগ কর।

ক) **10** থেকে **-6** অর্থাৎ **10-(-6)=10+6** খ) **12** থেকে **5**

গ) **-9** থেকে **-7** অর্থাৎ **-9-(-7)=-9+7** ঘ) **-8** থেকে **4**

সমাধানঃ

ক) **10** থেকে **-6** সংখ্যার **2** এর পরিপূরক পদ্ধতি ব্যবহার করে বিয়োগ

+10= 0 0 0 0 1 0 1 0

+ 6 = 0 0 0 0 0 1 1 0

+16= 0 0 0 1 0 0 0 0

খ) **12** থেকে **5** সংখ্যার **2** এর পরিপূরক পদ্ধতি ব্যবহার করে বিয়োগ

+12= 0 0 0 0 1 1 0 0

-5 এর ২ এর পরিপূরক **−5=**

1	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**

1 1 1 1 1 0 1 0 (**1**এর পরিপূরক)

+ 1

1 11 1 1 0 1 1 (**2**এর পরিপূরক)

+12	**=**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**

-5 = 1 1 1 11 0 1 1

+7 = 1 0 0 0 0 0 1 1 1

এখানে ডেটা বিট হচ্ছে 8 বিট। কিন্তু যোগফল 9 বিটের। সুতরাং অতিরিক্ত বিটকে বিবেচনা করা হবে না।

+7 = 0 0 0 0 0 1 1 1

গ) -9 থেকে -7 সংখ্যার 2 এর পরিপূরক পদ্ধতি ব্যবহার করে বিয়োগ

-9 এর ২ এর পরিপূরক

-9=

1	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**

1 1 1 1 0 1 1 0 (**1**এর পরিপূরক)

+1

1 1 1 1 0 1 1 1 (**2** এর পরিপূরক)

-9 = 1 1 1 1 0 1 1 1

+7 = 0 0 0 0 0 1 1 1

-2 = 1 1 1 1 1 1 1 0

বিঃদ্রঃ ঋনাত্মক সংখ্যার ২ এর পরিপূরক এর মান থেকে সরাসরি দশমিক নির্ণয় করার জন্য সংখ্যাটিকে নিম্নোক্ত পদ্ধতিতে বাইনারি ফরমাটে প্রকাশ করতে হয়।

-2= 1 1 1 1 1 1 1 0

1 0 0 0 0 0 0 1 (1এর পরিপূরক)

\+ 1

1 0 0 0 0 0 1 0 (2এর পরিপূরক)

ঘ) -8 থেকে +4 সংখ্যার 2 এর পরিপূরক পদ্ধতি ব্যবহার করে বিয়োগ

-8 এর ২ এর পরিপূরক

-8=

1	0	0	0	1	0	0	0

1 1 1 1 0 1 1 1(1এর পরিপূরক)

\+ 1

1 1 1 1 1 0 0 0 (2এর পরিপূরক)

-4 এর ২ এর পরিপূরক

-4=

1	0	0	0	0	1	0	0

1 1 1 1 1 0 1 1 (1এর পরিপূরক)

\+ 1

1 1 1 1 1 1 0 0 (2 এর পরিপূরক)

-8= 1 1 1 1 1 0 0 0

-4 = 1 1 1 1 1 1 0 0

-12 = ~~1~~ 1 1 1 1 0 1 0 0

এখানে, ডেটা বিট হচ্ছে **8** বিট। কিন্তু যোগফল **9** বিটের। সুতরাং অতিরিক্ত বিটকে বিবেচনা করা হবে না।

বিঃদ্রঃ ঋনাত্মক সংখ্যার ২ এর পরিপূরক এর মান থেকে সরাসরি দশমিক নির্ণয় করার জন্য সংখ্যাটিকে নিন্মোক্ত পদ্ধতিতে বাইনারি ফরমাটে প্রকাশ করতে হয়।

-12=	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	
	1	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**(1**এর পরিপূরক)
							+	**1**	
	1	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**(2**এর পরিপূরক)

সমস্যা-১: ২ এর পরিপূরক ব্যবহার করে (১১০১১০১)$_{২}$থেকে (১১০১১০)$_{২}$ বিয়োগ কর।

সমাধান: ১১০১১০ = ০০১১০১১০

০	০	১	১	০	১	১	০	প্রকৃত বাইনারি সংখ্যা
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
১	১	০	০	১	০	০	১	→ এর পরিপূরক
						+	১	
১	১	০	০	১	০	১	০	→ ২ এর পরিপূরক

	০	১	১	০	১	১	০	১
	১	১	০	০	১	০	১	০
১	০	০	১	১	০	১	১	১

অতিরিক্ত বিট চিহ্ন বিট

এখানে অতিরিক্ত বিট বিবেচনা করা হয় না। চিহ্ন বিট ০ হওয়ার সংখ্যাটি ধনাত্মক।

সুতরাং নির্ণেয় ফলাফল = (০০১১০১১১)$_{২}$

সমস্যা-২ঃ ২ এর পরিপূরক ব্যবহার করে (১১২)$_{২}$থেকে (৫৬)$_{২}$ বিয়োগ কর।

সমাধান : ১১২ এর বাইনারি মান = ১১১০০০০ = ০১১১০০০০

৫৬ এর বাইনারি মান = ১১১০০০ = ০০১১১০০০

০ ০ ১ ১ ১ ০ ০ ০ (৮ বিট বাইনারি মান)

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

১ ১ ০ ০ ০ ১ ১ ১ ১ এর পরিপূরক

\+ ১

১ ১ ০ ০ ১ ০ ০ ০ ২ এর পরিপূরক

∴ ১১২ = ০ ১ ১ ১ ০ ০ ০ ০

∴ -৫৬ = ১ ১ ০ ০ ১ ০ ০ ০

(৫৬)$_{১০}$= ~~১~~ ০ ০ ১ ১ ১ ০ ০ ০

নির্ণেয় যোগফল , (৫৬)$_{১০}$ = (০০১১১০০০)২

৩.৬ কোড (Code)

৩.৬.১ কোডের ধারণা (Concept of Code)

কম্পিউটারের অভ্যন্তরীণ কাজ করা হয় বাইনারি পদ্ধতিতে। যেহেতু কম্পিউটার বাইনারি সংখ্যা ছাড়া অন্য কিছুই বোঝে না সেহেতু প্রতিটি বর্ণ, সংখ্যা বা বিশেষ চিহ্নকে বাইনারি সংখ্যার মাধ্যমে প্রকাশের ব্যবস্থা করতে হয়। অর্থাৎ যে প্রক্রিয়ার মাধ্যমে বা সংকেতের মাধ্যমে বর্ণ, অংকও সংখ্যাগুলিকে বাইনারি সংখ্যায় প্রকাশ করার ব্যবস্থা করা হয় তাকে কোড (**Code)** বলা হয়। অন্যভাবে বলা যায়, কোড হল বিশেষ বাইনারি শব্দ যা বর্ণ, অংক এবং অন্যান্যা চিহ্ন নির্দেশ করার জন্য ব্যবহৃত হয়।